



Шифр

--	--	--	--

25 ноября 2015 года

Тексты заданий для муниципального этапа олимпиады
по МАТЕМАТИКЕ

**МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2015/2016 УЧЕБНОГО ГОДА**

Комплект заданий для учеников 11 классов

Номер задания	Баллы
1	
2	
3	
4	
5	
6	
Общий балл	

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 4 часа.

Желаем вам успеха!

11.1. Приведённый квадратный трёхчлен $y = x^2 + ax + b$ имеет корнями действительные числа t и s причём $-1 < t < 0$. Докажите, что если прибавить к коэффициентам a и b корень t , то полученный трёхчлен также будет иметь два различных действительных корня.

11.2. Пусть α , β и γ — плоские углы трёхгранного угла. Докажите, что числа $\sin \frac{\alpha}{2}$, $\sin \frac{\beta}{2}$ и $\sin \frac{\gamma}{2}$ являются длинами сторон некоторого треугольника.

11.3. Все 100 натуральных чисел от 2 до 101 разбили на две группы по 50 чисел в каждой. Числа в каждой группе перемножили, и два полученных произведения сложили. Докажите, что эта сумма — составное число.

11.4. Решите уравнение $2^{\sqrt{xy}} + 5^{\sqrt{x+y}} = 3^{-x} + 4^{-y}$.

11.5. Через точку M внутри круга радиуса r с центром в точке O провели две перпендикулярные хорды. Известно, что сумма квадратов длин этих хорд равна m^2 . Найдите длину отрезка OM .

11.6. На заводе работают ровно 217 женщин, среди которых 17 брюнеток, а остальные 200 — блондинки. Перед Новым Годом все они покрасили свои волосы, и каждая из этих женщин написала в «Контакте» фамилии ровно 200 женщин завода, по её мнению, точно являющихся блондинками. При этом каждая из брюнеток указала верно всех блондинок, а каждая блондинка могла указать на кого угодно, кроме себя. Докажите, что на основании этих данных можно выявить по крайней мере 13 блондинок.